



TITLE:

相互作用ソリトン描像と逆散乱法 (ソリトン系のダイナミックスとそ れに関するカオスの問題,研究会報 告)

AUTHOR(S):

米山, 徹

CITATION:

米山, 徹. 相互作用ソリトン描像と逆散乱法(ソリトン系のダイナミックスとそれに関するカオスの問題,研究会報告). 物性研究 1986, 46(1): 21-23

ISSUE DATE:

1986-04-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91972>

RIGHT:

string theory = Minkowski 時空 ($d = 26$ or 10) を運動するひもの散乱を記述する「Feynman rule」

であって、

- 「string Feynman rule」を何らかの原理に基づいて導出すること。
- background 時空によらない「幾何学的」定式化を求めること。

の二つは基本的な課題である。この方向の試みは現在やっとぼつぼつと端緒が見え初めて来た段階である。

相互作用ソリトン描像と逆散乱法

静大・理 米 山 徹

主題：逆散乱法で出て来る“波動関数”は従来補助的な量といわれているが、そうではなくて、ソリトン解と直接的な関係がある。

§ 1 相互作用ソリトン描像

これを KdV 方程式の場合に説明する。(文献 1, 2) 図 1 に示した様に、KdV 方程式で非線形項のみの時、波のその部分の速さは高さに比例する。今 u_1 の波の他に u_2 が空間的に重なっていたとすると、その効果を考慮して次の「相互作用 KdV 方程式」が得られる。

$$du_1 + 6(u_1 + u_2)\partial u_1 + \partial^3 u_1 = 0. \quad (1.1)$$

但し $d \equiv \partial / \partial t$, $\partial \equiv \partial / \partial x$ とする。

今迄得られている N -ソリトン解 $u^{(N)}$ を

$$u^{(N)} = \sum_{i=1}^N u_i \quad (1.2)$$

と単純和に分解し、各 u_i が (1.1) の型の方程式を満たす様に出来る。その場合ソリトンの相互作用は引力となり、衝突の前後で各々の個性 (identity) を失わない。(図 2) 又衝突中には夫々複雑な変形をし、「非線形の干渉をする」といってよかろう。(グラフは文献 1 を見て下さい。)

nonlinear term only:

$$(\partial/\partial t)u + 6u(\partial/\partial x)u = 0, \quad dx/dt = -u_t/u_x = 6u$$

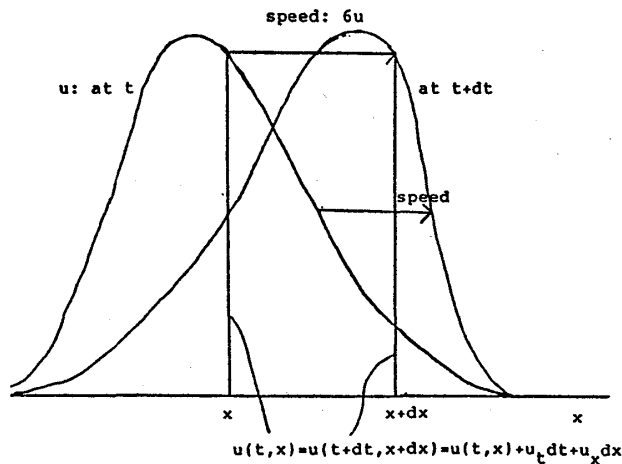


図 1

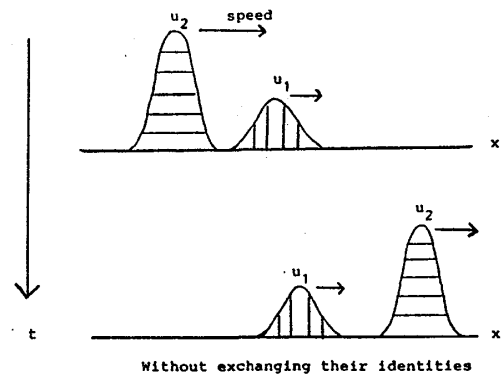


図 2

§ 2 相互作用ソリトン解 u_i と“波動関数”

この両者に直接的関係があるということは、解の具体的な関数形を知らなくても、方程式の形のみから知ることが出来る。(文献 3, 4) 文献 3 では KdV, sine-Gordon, MKdV 方程式の場合について、文献 4 では Toda 方程式の場合について説明した。

逆散乱法の 2 成分方程式 (AKNS 方程式) は

$$\left. \begin{aligned} (\partial - \kappa_i) f_i &= u g_i \\ (\partial + \kappa_i) g_i &= r f_i \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

$$\left. \begin{aligned} d f_i &= A f_i + B g_i \\ d g_i &= -A g_i + C f_i \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

の形をしていて、KdV, sine-Gordon, MKdV に応じて r, A, B, C の関数形が決まるのである。

文献 3 で、方程式の形のみを使って出て来る結果は

$$(a) \text{ KdV の場合} \quad u_i \propto g_i^2$$

$$(b) \text{ sine-Gordon の場合} \quad u_i \propto f_i^2 + g_i^2$$

(但しこの場合は通常 $d\partial\sigma = \sin\sigma$ でなくて、 $u = \partial\sigma/2$ の満す $d\partial u = u \cos\sigma$ を使う。)

$$(c) \text{ MKdV の場合} \quad u_i \propto f_i^2 + g_i^2$$

次に文献 4 での結果は

(d) Toda 方程式

逆散乱法で使う Flaschka 方程式を満す $\varphi(n)$ (n は格子の番号) と相互作用戸田解 $V_i(n)$ との関係が

$$V_i(n) \propto a(n) \varphi_i(n) \varphi_i(n+1)$$

この $a(n)$ は Flaschka 方程式の係数。

尚 $V_i(n)$, $\varphi_i(n)$ 等の具体的な関数形は文献 5 に説明してあります。

§ 3 むすび

さしあたり 4 種の方程式について説明したが、このやり方は他の方程式へも適用可能であり、順次発表予定です。

又、以上は無限区間の話であるが、AKNS 的な逆散乱法の使えない周期的境界条件の時にどうなるかは大変興味のある問題である。

参 考 文 献

- 1) The Korteweg-de Vries Two-Soliton Solution as Interacting Two Single Solitons, Prog. Theor. Phys. 71, (1984) 843.
- 2) Interacting Korteweg-de Vries Equations and Attractive Soliton Interaction, Prog. Theor. Phys. 72, (1984) 1081.
- 3) Direct Relationship between an Interacting Soliton Picture and the Inverse Method, J. Phys. Soc. Jpn. 54, (1985) 451.
- 4) The Toda Equation; Its Interacting Soliton Solution Directly Relates to the Flaschka Solution, J. Phys. Soc. Jpn. 54, (1985) 3653.
- 5) Interacting Toda Equations, J. Phys. Soc. Jpn. 55 (1986) #3.

多次元戸田格子の線形化と Bäcklund 変換

横浜国大・工 斎藤革子, 瀧澤英一

多次元戸田格子を